

**Гр. 21-0, 21-д, 21-т.**

**11.01.21 – 15.01.21**

**Заняття № 1.**

**Розділ №1. 1. Фізичні основи механіки.**

**Тема заняття. Кінематика матеріальної точки.**

**Динаміка та закони збереження в механіці.**

### **План.**

1. Кінематика матеріальної точки у класичній механіці, основні поняття.
2. Рівномірний, рівноприскорений, обертальний рух.
3. Вільне падіння, прискорення вільного падіння.
4. Основні поняття динаміки в класичній механіці.
5. Основне рівняння динаміки, закони Ньютона.
6. Поняття динаміки неконсервативного руху, дисипативні сили тертя
7. Імпульс. Момент імпульсу. Закони збереження енергії.

### **Література**

**Основна: В.Ф.Дмитрієва; Фізика; Навч. Посіб.. – К.; Техніка, 2008.  
– 648 с.**

**Додаткова: Фізика: Довідник з прикладами розв'язування задач /  
Ю.А.Соколович. Г.С.Богданова, - 2-ге вид. – Х. : Видавництво  
«Ранок»,**

**Розділ 1. Фізичні основи механіки.**

**Кінематика матеріальної точки.**

### **Додаток №1.**

#### **Основні формули.**

Кінематичне рівняння руху матеріальної точки вздовж осі  $x$ :  $x = f(t)$ ,  
де  $f(t)$  - деяка функція від часу.

Шлях:

$$s=s(t),$$

де  $s(t)$  - відрізок траєкторії (завжди додатній), пройдений тілом за час  $t$ .

Миттєва швидкість:

$$V_x = \frac{dx}{dt}.$$

Середня шляхова (скалярна) швидкість:

$$\langle V \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

де  $\Delta s$  - шлях, пройдений точкою за інтервал часу

$$\Delta t = t_2 - t_1.$$

Миттєве прискорення:

$$w_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Середнє прискорення:

$$\langle w_x \rangle = \frac{\Delta V_x}{\Delta t}.$$

**Приклад розв'язування задач.**

**Задача 1.** Залежність пройденого тілом шляху від часу задається рівнянням

$$s = 3 + 2t + 0.1t^2 + 0.2t^3 + 0.5t^4 \text{ (м)}$$

Знайти величину швидкості та прискорення тіла для моменту часу  $t_1=0$  і  $t_2=5$ с. Визначити середню швидкість і середнє прискорення в інтервалі від 0 до 5с.

Розв'язок:

Знаходимо швидкість і прискорення так:

$$V = \frac{ds}{dt}; w = \frac{dv}{dt}$$

$$V = 2 + 0.2t + 0.6t^2 + 2t^3 \text{ (1.1)}$$

$$w = 0.2 + 1.2t + 6t^2 \text{ (1.2)}$$

Обчислюємо числові значення  $v$  і  $w$  для моментів часу  $t_1 = 0$  і  $t_2 = 5$ с.

$$V_1 = 2 \text{ м / с}; \quad w_1 = 0.2 \text{ м / с}^2$$

$$V_2 = 2 + 0.2 \cdot 5 + 0.6 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^3 = 268 \text{ м / с}$$

$$w_2 = 0.2 + 1.2 \cdot 5 + 6 \cdot 5^2 = 156.2 \text{ м / с}^2$$

З формул (1.1) і (1.2) бачимо, що рух не буде рівнозмінним, і спрощені формули

$$\langle V \rangle = \frac{v_1 + v_2}{2}; \quad \text{і} \quad \langle w \rangle = \frac{w_1 + w_2}{2}$$

для знаходження середньої швидкості і середнього прискорення застосувати не можна.

Середню швидкість і середнє прискорення знаходимо по загальних формулах:

$$\langle V \rangle = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}; \quad \langle w \rangle = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (1.3)$$

Підставивши у формули (1.3) числові значення  $s$  і  $v$ , визначимо середні значення швидкості і прискорення:

$$\langle V \rangle = \frac{3 + 2 \cdot 5 + 0.1 \cdot 5^2 + 0.2 \cdot 5^3 + 0.5 \cdot t^4}{5} = 70 \text{ м/с}$$

$$\langle w \rangle = \frac{258 - 2}{5} = 130.5 \text{ м/с}^2$$

**Відповідь:**

$$v_1 = 2 \text{ м/с}; \quad v_2 = 268 \text{ м/с};$$

$$w_1 = 0.2 \text{ м/с}^2; \quad w_2 = 156.2 \text{ м/с}^2;$$

$$\langle V \rangle = 70 \text{ м/с}; \quad \langle w \rangle = 130.5 \text{ м/с}^2$$

## **Кінематика обертального руху матеріальної точки.**

### **Основні формули.**

Кут повороту:

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}(t), \quad \text{при } R = \text{const.}$$

Кутова швидкість:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Кутове прискорення:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Модуль тангенціального прискорення:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \beta \cdot R,$$

де  $v$  – модуль лінійної швидкості точки, яка обертається,  $R$  – радіус обертання.

Модуль нормального прискорення:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

Модуль повного прискорення:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

Кут між повним прискоренням  $\vec{a}$  і нормальним  $\vec{a}_n$

$$\varphi = \arccos \frac{a_n}{a}$$

### Приклад розв'язування задач

**Задача 1.** Колесо обертається так, що залежність кута повороту радіуса колеса від часу задається рівнянням:

$$\varphi = A + B \cdot t + C \cdot t^2 + D \cdot t^3,$$

де  $B = 1 \text{ рад}/\text{с}$ ,  $C = 1 \text{ рад}/\text{с}^2$ ,  $D = 1 \text{ рад}/\text{с}^3$ .

Знайти кутову швидкість, кутове, тангенціальне і повне прискорення колеса, його радіус і лінійну швидкість, якщо відомо, що до кінця другої секунди руху нормальне прискорення точок, що лежать на ободі колеса,

$$w_n = 3.46 \cdot 10^2 \text{ м}/\text{с}^2$$

Розв'язок. Кутову швидкість знаходимо як першу похідну по часу від кута  $\varphi$ :

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2 \cdot C \cdot t + 3 \cdot D \cdot t^2$$

$$\omega = 1 + 2 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 \cdot 2^2 = 17 \text{ (рад/с)}$$

Кутове прискорення знаходимо як першу похідну від  $\omega$ :

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = 2 \cdot C + 6 \cdot D \cdot t =$$

$$= 2 \cdot 1 + 6 \cdot 1 \cdot 2 = 14 \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right)$$

Кутова швидкість  $\omega$  і доцентрове прискорення зв'язані таким співвідношенням:

$$w_n = \omega^2 \cdot R$$

звідки знаходимо радіус

$$R = \frac{w_n}{\omega^2}$$

Перевіримо розмірність  $R$ :

$$[R] = \frac{[w_n]}{[\omega^2]} = \frac{\text{м}/\text{с}^2}{1/\text{с}^2} = \text{м}$$

Підставивши числові значення, отримаємо:

$$R = \frac{3.46 \cdot 10^2}{17^2} = 1.2 \text{ (м)}$$

Знаходимо лінійну швидкість за формулою:

$$V = \omega \cdot R$$

$$[V] = [1/c] \cdot [m] = [m/c].$$

Обчислюємо:

$$v = 17 \cdot 1.2 = 20.4 (m/c)$$

Використовуючи зв'язок між кутовим і тангенціальним прискоренням, знайдемо:

$$w_{\tau} = \beta \cdot R$$

$$[w_{\tau}] = [\beta] \cdot [R] = 1/c^2 \cdot m = m/c^2$$

Обчислюємо:

$$w_{\tau} = 12 \cdot 14 = 16,8 (m/c^2)$$

Знаходимо повне прискорення:

$$w = \sqrt{w_n^2 + w_{\tau}^2} = \sqrt{(346)^2 + (16,8)^2} = 346,4 (m/c^2).$$

Відповідь:

$$\omega = 16 \text{ рад/с}; \beta = 14 \text{ рад/с}^2;$$

$$R = 1.2 \text{ м}; v = 20.4 \text{ м/с};$$

$$w_{\tau} = 16.8 \text{ м/с}^2; w = 346.4 \text{ м/с}^2$$

## Динаміка поступального руху матеріальної точки. Закони Ньютона.

### Основні формули.

Імпульс (кількість руху) матеріальної точки масою  $m$ , що рухається зі швидкістю  $\vec{V}$ :

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}.$$

Другий закон Ньютона:

$$d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt$$

$$\text{або: } m \cdot \vec{w} = \vec{F}, \text{ при } m = \text{const},$$

де  $\vec{F}$  - сила, що діє на точку.

## Закони збереження енергії та імпульсу.

### Основні формули.

Повна механічна енергія невзаємодіючої частинки в полі консервативних сил

$$E_i = T_i + U_i = \text{const},$$

де  $T_i$  - кінетична енергія,  $U_i$  - потенціальна енергія частинки.

Потенціальна енергія тіла в полі тяжіння Землі:

$$U = m \cdot g \cdot h$$

де  $h$  - висота тіла над рівнем, прийнятим за початок відліку потенціальної енергії.

Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії

$$U = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

де  $G$  - гравітаційна постійна;  $m_1, m_2$  - маси тіл;  $r$  - відстань між ними.

Потенціальна енергія пружно деформованої пружини:

$$U = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

де  $k$  - жорсткість пружини,  $x$  - абсолютна деформація.

Робота, виконана зовнішніми силами:

$$A = E_2 - E_1$$

Закон збереження імпульсу системи  $N$  тіл ( $\vec{p}_i$  - імпульс одного тіла)

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const}$$

Швидкість двох куль після абсолютно непружного центрального удару:

$$\vec{u} = \frac{m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Швидкість двох куль після абсолютно пружного центрального удару:

$$\vec{u}_1 = \frac{2 \cdot m_2 \cdot \vec{v}_2 + (m_1 - m_2) \cdot \vec{v}_1}{m_1 + m_2} \quad \vec{u}_2 = \frac{2 \cdot m_1 \cdot \vec{v}_1 + (m_2 - m_1) \cdot \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

де  $m_1$  і  $m_2$  - маси куль;  $\vec{v}_1$  і  $\vec{v}_2$  - їх швидкості до удару.

### Приклади розв'язання задач.

**Приклад 1.** Куля масою  $9 \text{ г}$ , швидкість якої  $600 \text{ м/с}$ , попадає в дерев'яну стінку й застрягає в ній. Знайти середню силу удару й імпульс, отриманий стінкою, якщо час зіткнення  $10 \text{ мс}$ .

Дано:  $m = 9 \text{ г} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ ;  $v = 600 \text{ м/с}$ ;  $\Delta t = 10 \text{ мс} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ с}$

$$\langle F \rangle - ?; \quad \Delta p_c - ?$$

**Розв'язання.** Відповідно до закону збереження імпульсу для довільної замкнутої системи тіл сумарний імпульс системи з часом не змінюється. Це означає, що

$$\sum_{i=1}^N m_i v_i = \text{const.}$$

Куля до удару мала імпульс  $m v$ . Оскільки удар непружний, то цей імпульс буде повністю переданий стінці

$$\Delta p_c = m v,$$

де  $\Delta p_c$  – зміна імпульсу стінки;  $m v$  – зміна імпульсу кулі.

За другим законом Ньютона для середніх значень маємо

$$\langle F \rangle \Delta t = \Delta p_c = m v.$$

Звідки середня сила удару кулі  $\langle F_c \rangle$  дорівнює

$$\langle F \rangle = \frac{m v}{\Delta t}.$$

Проведемо необхідні розрахунки:

$$\Delta p_c = m v = 9 \cdot 10^{-3} \cdot 600 = 5,4 \text{ кг} \cdot \text{м/с};$$

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta p_c}{\Delta t} = \frac{5,4}{10 \cdot 10^{-3}} = 5,4 \cdot 10^2 \text{ Н}.$$

При цьому сила  $\langle F_c \rangle$  спрямована вздовж вектора початкової швидкості кулі, яку вона мала перед ударом.

**Приклад 2.** У кузов візка з піском загальною масою  $40 \text{ кг}$ , що рухається горизонтально зі швидкістю  $5 \text{ м/с}$ , попадає камінь масою  $10 \text{ кг}$  і застрягає в піску. Знайти швидкість візка після зіткнення з каменем, якщо камінь перед попаданням у візок летів зі швидкістю  $5 \text{ м/с}$  під кутом  $60^\circ$  до горизонту назустріч візку. Сили зовнішнього опору руху візка не враховувати.

Дано:  $M = 40 \text{ кг}$ ;  $v_1 = 5 \text{ м/с}$ ;  $m = 10 \text{ кг}$ ;  $v_2 = 5 \text{ м/с}$ ;  $\alpha = 60^\circ$   
 $u = ?$

**Розв'язання.** Оскільки силами опору в задачі можна знехтувати, то для такого руху система є замкнутою й для цієї системи тіл виконується закон збереження імпульсу (точніше, закон збереження горизонтальної складової імпульсу).

Запишемо закон збереження імпульсу в напрямі руху візка

$$M v - m v \cos \alpha = (M + m) u,$$

де  $M$  – маса візка з піском;  $m$  – маса каменя;  $v$  – швидкість візка;

$v \cos \alpha$  – горизонтальна складова швидкості каменя;

$u$  – швидкість візка і каменя після непружної взаємодії.

Звідки одержуємо

$$u = \frac{M v - m v \cos \alpha}{M + m} = \frac{40 \cdot 5 - 10 \cdot \cos 60}{40 + 10} = 3,5 \text{ м/с}.$$

**Динаміка обертального руху. Момент сили.  
Момент інерції, момент імпульсу**

### Основні формули.

ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ	ПОСТУПАЛЬНИЙ РУХ
$\vec{\omega}$ -кутова швидкість	$\vec{V}$ -лінійна швидкість
$\vec{\beta} = \dot{\vec{\omega}}$ -кутове прискорення	$\vec{w} = \dot{\vec{v}}$ -лінійне прискорення
$J$ -момент інерції	$m$ -маса
$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$ -момент імпульсу	$\vec{P} = m \cdot \vec{v}$ -імпульс тіла
$\varphi = \omega \cdot t$ -кут повороту при рівномірному обертанні	$s = v \cdot t$ -шлях при рівномірному русі
$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t \pm \frac{\beta \cdot t^2}{2}$ -кут повороту при рівнозмінному обертанні по колу	$s = s_0 + v_0 \cdot t \pm \frac{a \cdot t^2}{2}$ -шлях при рівнозмінному прямолінійному русі
$\dot{\vec{L}} = \vec{M}$ або $J \cdot \vec{\beta} = \vec{M}$ -основний закон динаміки обертального руху	$\dot{\vec{P}} = \vec{F}$ або $m \cdot \vec{w} = \vec{F}$ ( $m = const$ ) - другий закон Ньютона
$T = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$ -кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі	$T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ -кінетична енергія при поступальному русі
$dA = M \cdot d\varphi$ -робота при обертанні	$dA = F_s \cdot ds$ -робота при поступальному русі

#### **Приклад розв'язування задач.**

**Задача 1.** Маховик, момент інерції якого  $245 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  обертається, роблячи 20 об/с. Через хвилину після того, як на нього перестав діяти обертовий момент, він зупинився. Знайти: 1) момент сил тертя; 2) число обертів, які зробив маховик до зупинки.

Обертальний рух маховика проходить тільки під дією моменту сил тертя і є рівносповільненим. Запишемо для нього основний закон динаміки обертального руху.

$$M = \beta \cdot J \quad (1.26)$$

Кутове прискорення зручно знайти з формули:

$$\beta = \frac{\omega_0 - \omega_k}{t} \quad (1.27)$$

Підставивши  $\beta$  з формули (1.27) в формулу (1.26) і врахувавши, що  $\omega_k = 0$ , маємо:



$$M = \frac{J \cdot \omega_0}{t}$$

За означенням  $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot \nu_0$ , тому:

$$M = \frac{2 \cdot \pi \cdot \nu_0 \cdot J}{t}$$

Перевіримо розмірність:

$$[M] = \frac{[J] \cdot [\nu_0]}{[t]} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}}{\text{с}} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{Н} \cdot \text{м}$$

Проводимо обчислення:

$$M = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 20 \cdot 245}{60} = 513 \text{ (Н} \cdot \text{м)}$$

Кількість обертів знайдемо за формулою:

$$N = \frac{\varphi}{2 \cdot \pi}$$

де  $\varphi$  -кутовий шлях, здійснений маховиком за час  $t$ .

$$\varphi = \omega_{cp} \cdot t; \quad \omega_{cp} = \frac{\omega_0}{2} = \pi \cdot \nu_0$$

Враховуючи це, знаходимо число обертів:

$$N = \frac{\nu_0 \cdot t}{2}$$

Проводимо обчислення:

$$N = \frac{20 \cdot 60}{2} = 600$$

Відповідь:  $M = 513 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $N = 600$

## **Закон збереження енергії і моменту імпульсу при обертальному русі.**

### Основні формули.

Закон збереження моменту імпульсу:

$$J \cdot \vec{\omega} = \text{const},$$

де  $J$  -момент інерції тіла;  $\vec{\omega}$  -його кутова швидкість.

Кінетична енергія тіла, що обертається навколо осі, яка в свою чергу рухається поступально зі швидкістю  $v$

$$T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

**Виконайте наступні завдання:**

**1. Скласти конспект за планом, користуючись підручником Фізика, В.Ф. Дмитрієва, короткі висновки: с.62-65, с.103-104, с.140**

**2. Записати основні формули (див. Додаток №1).**

**3. Дати відповіді на питання:**

- Які основні поняття розкриває кінематика матеріальної точки?
- За якими основними правилами можна описати обертальний рух навколо нерухомої осі?
  - Який зв'язок існує між лінійною та кутовою швидкостями, між тангенціальним і кутовим прискореннями?
  - Дайте поняття консервативних і неконсервативних систем тіл.

**3. Користуючись зразками розв'язування задач, розв'язати задачі:**

**Задача 1.** Матеріальна точка рухається прямолінійно. Рівняння її руху  $s=2+3t+0,01t^3$  ( $s$ - в метрах,  $t$  - в секундах). Які швидкість та прискорення точки в момент часу  $t_1=0$ , та  $t_2=10$  с? Які середні величини швидкості та прискорення за перші 10 с руху ?

**Задача 2.** З яким прискорення тіло ковзатиме по похилій площині, якщо кут нахилу  $30^\circ$  і коефіцієнт тертя 0,1 ?

**Задача 3.** Маховик, приведений в рівноприскорене обертання зробивши 60 повних обертів, дістав кутову швидкість, що відповідає 360 об/хв. Визначити кутове прискорення маховика та час рівноприскореного обертання.

**Задача 4.** Вантаж вагою 1000 н, підвішений до канату, рухається з прискоренням  $0,3 \text{ м/сек}^2$ . Визначити силу натягу канату, якщо вантаж: 1) піднімався рівноприскорено; 2) піднімався рівносповільнено; 3) опускався рівноприскорено; 4) опускався рівносповільнено.

**Домашнє завдання:**

**Опрацювати конспект л., підручник В.Ф.Дмитрієва; Фізика. Короткі висновки: с.62-65, с.103-104, с.140.**

**Розв'язати задачі.**

**Задача 1.** На воді ставка стоїть човен, на кормі якого є людина. Наскільки зміститься човен, якщо людина перейде з корми на ніс? Маса людини 70 кг, маса човна 360 кг, його довжина 3,5 м (опором води знехтувати).

**Задача 2.** Яку найбільшу швидкість може розвинути велосипедист, проїжджаючи заокруглення радіусом 40 м, якщо коефіцієнт тертя між шинами й асфальтом дорівнює 0,4? Який кут відхилення велосипеда від вертикалі при цій швидкості?